Ricardo Aroca Hernández-Ros Doctor Arquitecto www.arocaarquitectos.com
C/ Rafael Calvo nº9, 28010 Madrid 914482505 estudio@arocaarquitectos.com

Título Las estructuras y el peso propio. Historia de enfoques teóricos versus empíricos. Esclarecimiento y relación entre las variables del problema. Estudios sobre puentes de acero como caso paradigmático.

Autores Ricardo Aroca. José Luis Fernández.
Medio Actas del Primer Congreso Nacional de Historia de la Construcción.
Fecha 1996/09/20

Las estructuras y el peso propio. Historia de enfoques teóricos versus empíricos. Esclarecimiento y relación entre las variables del problema. Estudios sobre puentes de acero como caso paradigmático

Ricardo Aroca Hernández-Ros
José Luis Fernández Cabo

Los primeros trabajos de cierta entidad sobre el peso propio son de Galileo;[1] inmersos de lleno dentro de lo que se ha venido a llamar *Revolución Científica* de finales del XVI y sobre todo del XVII. Galileo formuló por primera vez el actualmente llamado principio de Similitud o *ley del cubo cuadrado.* Es decir: la resistencia de un material aumenta en relación con el cuadrado de la longitud (L^2) mientras su peso crece con relación a L^3, por lo que todo cuerpo tiene un tamaño máximo. El primer corolario de esta ley es que las tensiones debidas al peso propio crecen linealmente con el tamaño.

No obstante, y antes de seguir adelante, hay que decir que esta la *consciencia* sobre la importancia del peso propio no surge ahora. La referencia anterior pude ser sin duda Leonardo da Vinci.[2] Nos dice de forma explícita que un cuerpo (usando el ejemplo de una cuerda colgando) podría llegar a romperse con su propio peso. Sin embargo, Leonardo no estableció reglas. Quizás su formación renacentista (imbuida en el neoplatonísmo) le impidieró ver las verdaderas consecuencias de sus trabajo.

Más atrás de Leonardo no tenemos constancia de que el peso propio haya sido problema alguno (conceptualmente hablando). Todos los manuscritos de aquellas épocas y los estudios actuales realizados apuntan hacia la reglas proporcionales (bajo relaciones estáticas y/o dinámicas). Hay que decir que estas reglas tienen (al menos en gran número de casos en los que es totalmente demostrable) un origen empírico; si bien se entremezclan o evolucionan hacia posturas más pitagóricas que pretenden establecer unas relaciones armónicas que gobiernen tanto el macrocosmos como el microcosmos.

No obstante, sea cual fuere su origen o filosofía, lo cierto es que su empleo servía para garantizar la estabilidad, resistencia y rigidez de la obra. Esto no es en modo alguno una contradicción con el principio de similitud. Debido al limitado margen de tamaño que cubrían, con luces muy lejanas a las máximas posibles, aún garantizan la seguridad de las obras.[3] Esto hace que las aportaciones de Galileo no tengan repercusión alguna en la construcción hasta el siglo XIX.

No obstante, la nueva ciencia hará que nada vuelva a ser como antes. A finales del XVII se produce una aguda crisis en la arquitectura manifestada en la *Querelle* francesa. Perrault (miembro de la Academia de Ciencias) se inventa sus dos clases de belleza; la positiva y la arbitraria. La primera es la tradicional *venustas*, la segunda justifica el orden clásico por motivos de memoria histórica. Desde entonces será esta segunda justificación la única creíble y asumible sobre los órdenes clásicos. Por tanto, hasta que el acero aparece en escena (obligando a replantear proporciones que hubieran sido inadmisible en éste material); el orden clásico aún gobierna. El primer puente de acero es de 1827. Sin duda alguna, la desaparición de la Academia y su desmembración en la Ecole des Beaux Arts y de la Ecole Polytechnique a finales del XVIII; fue otro importante parámetro que contribuyó a derribar el orden clásico. Los argumentos de la *Querelle* se agudizan en el XVIII. Un ejemplo claro de dos posturas contrapuestas son Belidor y Boullèe.

Es entonces en el XIX cuando, debido por una parte a aparición de los nuevos materiales y por otra la existencia de un aparato de cálculo, los trabajos de Galileo tienen alguna influencia en la técnica. En Rankine encontramos de nuevo el Principio de Similitud. También observa que conociendo el tamaño máximo se podrán determinar sus tensiones de peso propio para otro cualquiera. Entre finales del XIX y principios del XX surgen numerosos estudios teóricos (gente como Herbert Spencer, Borelli, Archibald Barr, Lord Rayleigh, A. G. Greenhill o James Thomson) sobre la variación de parámetros mecánicos con al cambio de tamaño y/o de proporción. En el XX quedan aún coletazos de ese tipo de estudios; el mejor y más conocido es sin duda el de D'Arcy W. Thompson. Los estudios no van más allá de conclusiones demasiado generales y no hay constancia de que tuviesen una repercusión en los proyectos realizados en arquitectura o ingeniería. Eso sí, diferencian con claridad los conceptos de similitud geométrica y mecánica. Suponen un gran avance a nivel teórico, y son el primer paso desde una teoría general de cálculo hacia la formulación de leyes disciplinares. Así, en la segunda mitad del XIX ya comienza estudios teóricos y formulaciones empíricas sobre el peso de puentes. Los estudios no podían referirse a otra cosa, es donde comienzan a desarrollarse las grandes estructuras; mucho antes de comenzar su desarrollo en el campo de la arquitectura. Los estudios mezclan reglas empíricas y aplicaciones del cálculo diferencial. Quizás sea destacable como la variable canto óptimo cobra una importancia clave en los problemas de optimización de peso propio. El primer trabajo de interés es de 1847, de S. Wipple; pero el grueso de los mismos comienza en la década de los 70 en adelante. A nivel teórico destacan los trabajos de E. Adler y J. Lundie, que determinan (para cerchas de cordones paralelos de hierro fundido) criterios para la determinación del canto óptimo así como del la relación de pesos entre cordones y montantes y diagonales (aunque para un módulo de la cercha). Otros como C. E. Emery establecen fórmulas empíricas. En 1887, A. J. Dubois recoge una serie de ellas sobre el peso propio de puentes. También es a finales del XIX, cuando J. A. L Waddell realice las primeras críticas a las formulaciones teóricas sobre peso propio; apostando rotundamente por un enfoque empírico. Alega una excesiva complejidad del problema; no sólo por su inicial indeterminación que nos conduce (en los enfoques teóricos de la época) a un proceso iterativo; sino también otra serie de factores no específicamente estructurales que son de gran repercusión.

En 1890 aparece un trabajo teórico de suma importancia de Maxwell.[4] A él le sigue otro también excepcional de Michell en 1904.[5] El teorema de Maxwell y el concepto de *Cantidad de Estructura* (*Quantity of Material*) son herramientas que permiten evaluar el rendimiento de una estructura partiendo exclusivamente de la posición y magnitud del sistema de cargas. El descubrimiento es vital porque permitirá romper ese carácter iterativo de la variable *peso*. Veremos esto con detalle más adelante.

No obstante, permanecen durante largos años en el anonimato; y tanto su desarrollo teórico como su traspaso a la técnica es posterior, como ya veremos.

No es realmente hasta bien entrada la primera mitad del XX (los primeros aceros de buena calidad y a precio razonable de producen desde finales del XIX), cuando la construcción se mete de lleno en el terreno de las grandes luces; momento en el cual el peso propio es ya un parámetro ineludible para cualquier proyectista. Hasta entonces los trabajos se dirigen básicamente a conseguir un ahorro de material. Desastres como el del puente de Quebec en 1907, en gran parte provocado por las erróneas estimaciones del peso propio, hacen que el peso propio sea algo más que un problema de optimización. Las teorías de Galileo son ya ahora parte de la técnica del momento.

Las primeras grandes luces comienzan a construirse en Europa entre mediados y finales del XIX. A finales, los norteamericanos ya comienzan a batir los récords de puentes colgantes. A principios del XX existe un importante grupo de trabajos teóricos sobre peso propio.

A nivel teórico, en Europa, tenemos los trabajos de gente como J. Melan (1914); Maximilian H. Angst (1915); Adolf Voigt (1931).

En EEUU surgen también trabajos teóricos a principios del XX, pero centrados exclusivamente en puentes colgantes y voladizo (cantilever); es decir, en los tipos que podían construir las grandes luces de puentes. No obstante, sus resultados no contrastan bien con la práctica; lo cual hace afirmarse aún más a Waddell en sus argumentos. La gran cantidad de obra civil que tuvieron que acometer entre finales del

XIX y principios del XX para dotar de infraestructuras tan vasto territorio fue sin duda el motivo de las primeras publicaciones al respecto. Y ese gran volumen de obras fue también el que posibilitó los estudios empíricos. Los años 30 son años claves en las obras de grandes luces de puentes. En 1931 se acaba el puente colgante George Washington; en 1937 se finaliza el Golden Gate; por citar dos de los ejemplos más importantes. En Australia, en 1932 se acaba el puente de Sydney. Pero en EEUU, se hubo de ejecutar un sin fin de puentes menores con luces de todos los rangos. Esto hace que los datos empíricos de Waddell y otros americanos sean los de más fiabilidad; y no comparable en ningún modo a los Europeos.

La segunda guerra mundial es un punto de inflexión clarísimo. A nivel técnico, entramos en la era del ordenador; que posibilita un gran avance tecnológico. Es ésta herramienta la que hace casi abandonar los estudios de peso propio. Cuando a una persona la cuesta días rehacer un proceso erróneo, busca relaciones. Cuando puede reconstruirlo en minutos o segundos; no las busca. En gran medida, se deja de pensar en lo disciplinar en aras del desarrollo técnico y matemático del nuevo instrumento. Los trabajos se centran exclusivamente en el cálculo; y no en clarificar la relaciones del problema. Resulta paradójico que la matemática vuelva a los procesos iterativos usados ya antes de los griegos.

Pero en los años 40 y 50 aún quedan restos que pretenden recoger la herencia anterior; sin duda debido a que los trabajos fueron dirigidos por los grandes ingenieros que desarrollaron sus carrera en la primera mitad de siglo. En Europa, y para puentes, hay que mencionar el trabajo del alemán Otfried Erdmann (1950); centrándose sobre aceros de alta resistencia. Es destacable el hecho de que se consideren en muchos de los casos lo que denominan *Konstruktionkoeffizienten*, o coeficientes de construcción (que recoge de Melan); y que son esos parámetros no específicamente estructurales (que ya mencionamos al hablar de Waddell). No obstante, los hacen depender del tipo y no del tamaño; cosa más que discutible. En EEUU, destacan, también para puentes, las tesis de M. W. Jackson, A. S. Shouky y de J. L. Waling (sobre todo la de éste último; cuyo trabajo es casi un síntesis de lo realizado hasta entonces en EEUU y Europa). Son enfoques a través del cálculo diferencial, de nuevo, y que toman al peso propio como dato (había ya gran número de datos empíricos para todo tipo de luces y formas); lo cual no de deja de ser una contradicción brutal. Minimizando el volumen se pretende llegar al canto óptimo. Están en la línea de los trabajos teóricos anteriores. Resulta también chocante que el principal argumento para demostrar la validez de los resultados sea el comprobar que contrastan bien con las gráficas empíricas de Waddell. Esto nos da una idea de lo contrastadas y asumidas que estaban dichas tablas. Desde luego, no les quedaba más remedio que coincidir con la realidad. Las variables, no obstante, siguen sin esclarecerse; y los resultados no son generalizables. Estos son sin duda los últimos enfoques teóricos de esta línea que ya arrancaba desde finales del siglo pasado.

Paralelamente, también a nivel teórico, en 1958 aparecen dos trabajos importantísimos con un nuevo enfoque; de H. L. Cox y de W. S. Hemp. Retoman los trabajos de Maxwell y de Michell. El de más repercusión es el de Hemp. Inicia toda una serie numerosísima de trabajos sobre optimización. El ordenador fue la herramienta que facilitó esos estudios. Pero los trabajos desarrollaron básicamente algoritmos de optimización de peso; y volvieron a dejar las variables del problema sin esclarecer. Por otra parte, este tipo de trabajos sólo tuvieron algún calado dentro de las altas tecnologías (no olvidemos que los dos autores mencionados vienen del mundo de la aeronáutica; y no es casualidad). No obstante, en la construcción dichas teorías no tuvieron demasiada repercusión al no estar ligada a la producción en serie; lo cual conduce las estrategias de optimización por otros derroteros no siempre de carácter matemático. Sólo los elementos constructivos que se producen industrialmente se vieron afectados; pues en fábrica si se puede optimar, por ejemplo, la forma de una sección de acero. Aún así, la no repetición exacta de los condicionantes mecánicos entre dos obras hace que tal optimización sea sólo parcial. Y desde luego, la construcción civil se presta mucho más que la edificación a dichas tareas.

En la línea de Cox y Hemp, es destacable también los trabajos posteriores de W. Prager (1967).

En los manuales de los años 50 y 60 aún quedan rastros de las pasadas fórmulas de peso propio. Ya en los 70 son casi inexistentes. Hoy día es un legado completamente olvidado.

En EEUU, entre los años 50 y 70, se producen otros trabajos empíricos de importancia sobre el peso propio de grandes luces horizontales en arquitectura; y entre los años 60 y principios de los 70, se publican también estudios de peso y tamaños óptimos de rascacielos. También hay ejemplo en otros campos como el de las construcciones neumáticas. No obstante, no profundizaremos aquí, y nos centraremos en el caso de los puentes.

Estamos ya en condiciones entonces de rescatar lo más válido de los trabajos anteriores.

Por una parte, a nivel teórico, el arranque más interesante se produce con Maxwell y Michell. Son los únicos enfoques que pueden romper el carácter iterativo del problema. Además, como indicaría Waddell, los desarrollos teóricos de finales del XIX y principios del XX no cuadraron bien con la realidad. Y los posteriores utilizan a Waddell para refutarse. Todo ello invalida en cierto modo los estudios teóricos. Además, las variables del problema siguen por tanto sin clarificarse.

Por otra parte, a nivel empírico, los trabajos más numerosos y de más fiabilidad estadística (en el caso de puentes) son los americanos de la primera mitad del XX (hasta el inicio de la segunda guerra mundial).

Enunciaremos entonces brevemente las teorías de Maxwell y Michell para, a partir de ellas, elaborar un cuerpo que clarifique las variables del problema y establezca sus relaciones. Posteriormente, hablaremos sobre los trabajos empíricos americanos mencionados.

El Teorema de Maxwell parte de la hipótesis de que toda estructura se puede discretizar en una estructura de barras; que queda definida por una serie de nudos unidos por rectas con una determinada topología. Partiendo de ello, el teorema afirma que, dado un sistema de fuerzas en equilibrio: $\sum N_i L_i = K_M$; (donde N es el axil de la barra, con signos distintos en tracción y compresión; L es la longitud de la barra, y K_M es un invariante al que denominamos constante de Maxwell);[5] esta relación es independiente de la forma de la estructura y sólo depende de la posición y magnitud de las fuerzas. Si no diferenciamos signos en N, el sumatorio permite determinar el volumen de material de una estructura una vez establecido un criterio para las tensiones de trabajo. A dicha cantidad por ello le llama —Cantidad de Estructura— (ω) y será igual a: $\sum |N_i| L_i = \omega$; La relación con el volumen de la estructura será por tanto: $V \propto \omega/\sigma$. Hasta aquí llega Maxwell.

Michell aclara aún más ese paso de cantidad de estructura a volumen; descomponiendo tracciones (ω_T) y compresiones (ω_C): $|\omega_T - \omega_C| = K_M$; $\omega_T/\sigma_T + \omega_C/\sigma_C = V$. Por tanto, la esquema de menor cantidad de estructura será también el de menor consumo de material. Pero aporta algo más. Demuestra que minimizar la cantidad de estructura pasa por poder maximizar las deformaciones unitarias ε de los elementos. Si todos ellos puede trabajar a una ε máxima la estructura es mínima. Estudia entonces los esquemas geométricos que permiten compatibilizar totalmente la deformación de todos los elementos; ya que éstos entonces producirán esquemas de material mínimo. Si la estructura mínima pesee una ε máxima, quiere decir que la estructura más eficaz es al mismo tiempo la más rígida. Y hasta aquí llega Michell.

Del teorema de Maxwell se derivan dos corolarios importantes: a) si minimizo la cantidad de estructura de tracciones o compresiones por separado minimizo el volumen de material; b) los esquemas en el que sólo existan tracciones o compresiones son idénticos entre sí y además mínimos.

Por otra parte, si llamamos alcance (Δ) a la relación σ/ρ (siendo σ la tensión de trabajo y ρ el peso específico); el peso total ($\wp$)de la estructura vendrá dado por: $\wp = \omega/\Delta$. Es por tanto el alcance un parámetro básico. Podemos incluso considerar el efecto del pandeo, del cual prescinde la relación de Maxwell. La manera más simple es (y así lo hacen muchos trabajos teóricos anteriores) partir del hecho de que tanto la normativa de puentes americana con la que se construyeron los puentes que se analizarán (AREA), como la práctica constructiva, recomiendan el empleo de esbelteces mecánicas con valores de entre 100 y 120; y lo más habitual en grandes luces es el primer valor. Esto nos conduce en acero a un coeficiente de pandeo de dos para cualquier elemento comprimido Cuando el tamaño crece, se recurre a un cambio de forma de la sección, pero se sigue manteniendo el factor de pandeo. Esto mismo hace que las grandes luces tengan una mayor repercusión en el peso de uniones que las grandes; uno de los motivos por el que discutíamos la independencia de los coeficientes de construcción con el tamaño. Por tanto, con pandeo, $\wp = 1.5\omega/\Delta$ (considerando el alcance para la tensión admisible de tracción).

Es decir, partiendo sólo de la geometría de la estructura; de la magnitud y posición de las cargas; y estableciendo un criterio tensional; podemos determinar el volumen de material sin entrar en un proceso iterativo.

Hemos hablado de criterio tensional, no de dimensionado. ¿Pero que relación hay entre ambas variables?. Supongamos que variamos el area (A_i) de un elemento por un factor cualquiera *k*. El peso de la pieza varía también con esa relación; por lo que las tensiones debidas al peso propio no varían. Es decir, las tensiones debidas al peso propio no dependen del dimensionado. Recordemos que del Principio de Similitud se deriva que las tensiones debidas al peso propio varían linealmente con el tamaño. Si puedo determinar el tamaño máximo de una estructura, podré saber que parte de tensiones se lleva el peso propio (σ_{pp}) para un tamaño menor. Es decir: $\sigma_{pp}/\sigma_{adm} = L/L_{max}$.

Por tanto, si hablamos de fuerzas de masa, el criterio tensional queda establecido al fijar la geometría y el tamaño; determinándose sólo con éstas dos variables su consumo de material derivado del peso propio.

En el caso las fuerzas exteriores (carga), el único modo de comparar tipos es suponer un dimensionado estricto, de modo que las tensiones sean iguales.

Hasta ahora hemos considerado cambios de tamaño semejantes. Pero algo muy útil será considerar la transformación afín de un modo más general. Para ello introduciremos otro parámetro relevante, la esbeltez (λ=Luz/canto). La Cantidad de estructura puede descomponerse en horizontal ($\omega_{\_}$) y vertical ($\omega_|$); teniendo en cuenta que $\sum|N_i|L_i=\sum|N_x|L_x + \sum|N_y|L_y$ (podía ser cualquier otra que cerrase un polígono sumatorio con tres direcciones). Supongamos que partamos de un esquema óptimo, al que denominaremos con el subíndice *0*. ¿Como variará su cantidad de estructura si paso a una esbeltez cualquiera λ? Nos interesa descomponerla en vertical y horizontal, ya en que la transformación escala sólo el eje de ordenadas (para comparar tamaños iguales). Tendremos: $\omega_{\_} = \omega_{\_0} * \lambda/\lambda_0$ y $\omega_| = \omega_{|0} * \lambda_0/\lambda$. De ella se deriva que $\omega_{\_} * \omega_| = \omega_{\_0} * \omega_{|0}$. Si dos productos son iguales, la suma es mínima cuando ambos son iguales; por lo que en el óptimo se cumple la relación: $\omega_{\_0} = \omega_{|0}$. Igualmente es demostrable la relación: $\omega_{T\_0} = \omega_{|T0}. = \omega_{C\_0} = \omega_{C|0}$. De las anteriores expresiones se deducen otras claves: $\omega = 1/2\omega_O(\lambda/\lambda_O + \lambda_O/\lambda)$; $\omega_O = 2\sqrt{\omega_{\_} * \omega_|}$; $\lambda_O = \lambda\sqrt{\omega_{\_}/\omega_|}$. La primera de estas relaciones puede expresarse, para cualquier estructura, del modo: $\omega = \wp L(A\lambda + B/\lambda)$; donde $\lambda_O=\sqrt{B/A}$; $\omega_0=K\wp L$; $K=2\sqrt{A*B}$. A y B son constantes derivadas de la geometría de la estructura. Si suponemos que el peso propio y las fuerzas externas tienen la misma distribución (cosa más cierta cuanto más grande es el tamaño), la cantidad de estructura relativa al peso propio será: $\omega_{pp}=\wp_{pp}L(A\lambda + B/\lambda)$; y evalúa la parte de material destinada a soportarse a sí misma, que crece linealmente con la luz. Para el tamaño máximo, $\sigma_{pp}=\sigma_{adm}.=\sigma$. Considerando la relación $\wp=1.5\omega/\Delta$; el tamaño máximo derivado de su propio peso tendrá el valor: $L_{max}=\Delta/\{1.5*(A\lambda+B/\lambda)\}$. El tamaño máximo depende por tanto del material (Δ), del criterio de dimensionado (1,5 con factor de pandeo constante de 2), de la topología de la estructura (AyB) y de sus proporción (λ). Podemos ver el tipo de variación gráficamente en la figura 1. La repercusión del material es lineal con relación a el alcance Δ.[6]

Recordemos que: $\sigma_{pp}/\sigma_{adm} = L/L_{max}$. Y por tanto: $\wp_{pp}/\wp_{TOTAL}=L/L_{max}$. Si separamos la carga total en exterior y de peso propio: $\wp_{pp}/(\wp_{pp}+\wp_{EXT}) = L/L_{max}$ fi $\wp_{pp}/\wp_{EXT} = L/(L_{max}-L)$. Esto implica que para le mitad de la la luz máxima, el peso propio se ya igual a la cargas exterior adimisible. Veamos la relación gráficamente en la figura 1, con (L/L_{max}) en abscisas y ($\wp_{pp}/\wp_{EXT}$) en ordenadas.

Las estructuras construidas de mayor tamaño suelen andar como máximo en luces de entre un 10 a un 20% de las máximas; lo cual desde luego no quiere decir que sea razonable pasar de ahí, sino que nos indica la gran influencia de otros factores (variación del sitema de cargas, efectos dinámicos, térmicos,...) en el diseño final de una estructura. Un coeficiente de seguridad muy empleado al hablar de grandes es-

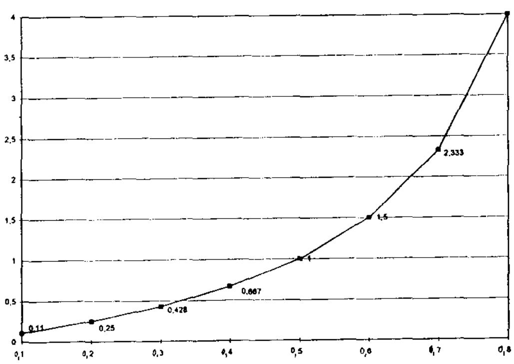

Figura 1

tructuras de puentes concebidas con los nuevos materiales es γ=6; lo cual indica quedarse en el 16.6% del tamaño máximo. Con este coeficiente se han realizado estudios sobre la viabilidad de puentes para el estrecho de Gibraltar.

Centremonos ahora en los datos empíricos armericanos sobre puentes de finales del XIX y principios del XX. Sin duda, el autor más prolífico es Waddell.[7] W. H. Thorpe es otra figura destacable; pero maneja menos datos de primera mano que Waddell. No obstante, podríamos hablar de muchos otros. C. D. Foight, A. H. Fuller, W. E. Wilbur, W. N. Downey, T. M. Ripley; H. H. Allen; M. S. Ketchum, F.O. Dufour, P. Schantz, F. E. Turneaure; etc...

Lo primero que nos llama la atención en las gráficas de cualquier autor es su tendencia pronunciada a la linealidad; o la total linealidad cuando hablamos de luces medianas. En la figura 2 vemos una de éstas gráficas de Thorpe[8] que sintetizas los resultdos de varios tipos. Las figuras mostradas son ejemplos, pero podíamos mostrar decenas más.[9] De nuevo, como en las fábricas, vemos que a pesar de la total certeza enunciada en el Principio de Similitud, la variación es sensiblemente lineal en tramos que abarcan un altísimo porcentaje de las construcciones. Donde la variación empieza a desviarse de la linealidad se cambia a un tipo más eficaz.

Las primeras fórmulas que se plantean suelen ser del tipo $\wp=k_1+k_2L$; donde k_i son constantes. Se plantea incluso la variación en el ancho del tablero (b). Una de éstas fórmulas es de Waddell y es del tipo $\wp=k_1+k_2b+k_3bL+k_4L$. Los datos empíricos van mostrando, como era lógico, la desviación de la linealidad en las grandes luces; por lo que posteriormente se sacaron fórmulas del tipo $\wp=k_1+k_2b+k_3L+k_4bL+k_5bL^2$ (E.S. Shaw).

CONSOLIDATED DIAGRAM (MEAN CURVES).

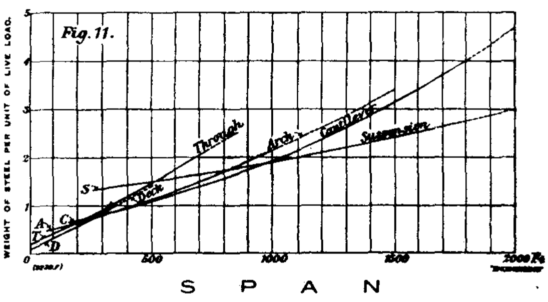

Figura 2

Ello muestra, como decíamos, la poca claridad de las variables. Las constantes son grandes sacos donde se agrupan factores materiales, de esquema, tipo de fuerzas externas y de proporción.

Habría que hacer mención a la influencia del tipo de carga exterior (dimensionalmente hablando) en dichas relaciones.

La cuasi-linealidad de las gráficas mencionadas está vinculada a unas condiciones particulares de carga. Merece la pena explicar ésto. Si realizamos un análisis dimensional[10] de la variación de tensiones con el tamaño; llegamos a: $\sigma=\wp\varphi(\varphi_{i,..}, \varphi_j)/L^2$; donde $\wp$ y L son una fuerza y una dimensión cualesquiera (elegiremos la carga total y el tamaño máximo) y $\varphi($ $)$ es una función de forma que engloba criterios de dimensionado, geometría y proporción y posición y magnitud relativa de cargas. Ahora bien, $\wp$ puede ser función de L^0, L^1, L^2 ó L^3. O sea, podemos tener una carga puntual, una lineal, una superficial y siempre una de peso propio. Las relaciones serán entonces, respectivamente, $\sigma=k/L^2$; $\sigma=k/L$; $\sigma=k$; $\sigma=kL$; siendo k una constante del tipo $\varphi( )$.

Las tensiones totales núnca se producen de forma única, sino que son sumas de los cuatro tipos anteriores en distintas relaciones para cada caso. Dependiendo del tamaño, su influencia se modifica, siendo las primeras las que más repercuten en los pequeños tamaños y lás ultimas en los grades.

Si considerásemos el pandeo debemos incluir otro monomio adimensional, la esbeltez mecánica; y las relaciones cambian aunque no drásticamente. Se produce símplemente una variación en el factor k. Ello es debido, como dijimos, a que la variación de tamaño no se hace de forma semejante en el dimensionado de las piezas; sino sólo en el esquema geométrico de la estructura.

Hay que decir que las gráficas empíricas americanas se plantean para las *proporciones económicas* (que no nos dicen cuales son; pero que no son más que las que se venían empleando en la práctica, de lo cual sí hay información). Hay incluso una la fórmula de corrección en relación a la esbeltez; con una fórmula casi igual a la nuestra. En los primeros trabajos Plantea que con el cambio de esbeltez el peso de los cordones varía de forma inversamente proporcional y montantes y diagonales lo hacen de forma directamente proporcional. Esto no es exacto sino conside-